BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2006

ЭФФЕКТ ХОЛЛА В КВАЗИДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ ПРИ РАССЕЯНИИ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА НА ОПТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ

С.Р.ФИГАРОВА

Бакинский Государственный Университет

В работе исследуется эффект Холла в квазидвумерных электронных системах при рассеянии носителей тока на оптических фононах. Найдено общее решение кинетического уравнения в произвольном магнитном поле для квазидвумерных систем с косинусоидальным законом дисперсии. На основе этого решения получены аналитические выражения для коэффициента Холла для вырожденного электронного газа в сильном и слабом магнитном поле. Анализируется зависимость коэффициента Холла от степени заполнения зоны и эффективной массы.

В последние годы в физике твердого тела изучаются такие объекты, физические свойства которых можно менять. К таким объектам относятся сверхрешетки, различные МДП-структуры. В этих системах электронный газ является квазидвумерным и изучение термодинамических и кинетических свойств электронного газа позволяет расширить применение низкоразмерных систем в нанотехнологии. Одним из важнейших электронных явлений переноса является эффект Холла. Эффект Холла в низкоразмерных системах изучался в работах [1-4]. В [3] рассматривается случай магнитного поля, расположенного в плоскости слоя. В данной работе рассматривается эффект Холла в квазидвумерных электронных системах в двух случаях, когда магнитное поле направлено в плоскости слоя и перпендикулярно ему. Найдено общее решение кинетического уравнения в произвольном магнитном поле для квазидвумерных систем с косинусоидальным законом дисперсии. На основе этого решения получены аналитические выражения для коэффициента Холла для вырожденного электронного газа в сильном и слабом магнитном поле. Анализируется зависимость коэффициента Холла от степени заполнения зоны и эффективной массы.

Рассмотрим квазидвумерный электронный газ, для которого зависимость энергии ε от волнового вектора $\mathbf{k}$ имеет вид:

$$\varepsilon(k) = \hbar^2 k_\perp^2 / 2m_\perp + \varepsilon_0 \left[1 - \cos(ak_z)\right], \qquad (1)$$

здесь $k_\perp{}^2 = k_x{}^2 + k_y{}^2$, $k_\perp$ и k_z - поперечная и продольная компоненты волнового вектора, соответственно, ε_0 - ширина одномерной мини- зоны проводимости, a - постоянная решетки в направлении, перпендикулярном плоскости слоев, $m_x = m_y = m_\perp$ - эффективная масса электронов проводимости в плоскости слоев. Этот энергетический спектр реализуется в дихалькогенидах переходных металлов и других слоистых кристаллах, а также в сверхрешетках.

В случае, когда $\varepsilon_0 >> \hbar/\tau$ (где τ - время релаксации), рассмотрение электронных явлений переноса можно вести с помощью обычного уравнения Больцмана (классический случай). Если ограничиться квазиупругим рассеянием, то общее решение кинетического уравнения в $\hat{\tau}$ приближении для энергетического спектра (1) будет иметь вид [5]:

$$f(\boldsymbol{k}) = f_0(\boldsymbol{k}) - (\boldsymbol{v}(\boldsymbol{k})\boldsymbol{P}(\varepsilon))\left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right), \quad (2)$$

где f_0 - равновесная функция распределения Ферми, $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{k})$ - групповая скорость электронов проводимости, $\boldsymbol{P}(\varepsilon)$ - импульс обобщенной силы, который в произвольном по направлении и величине магнитного поля имеет вид:

$$\boldsymbol{P}(\varepsilon) = \frac{1}{1+\nu_0^2}\left\{\hat{\tau}\boldsymbol{\Phi}_0 + e\hat{\tau}\left[\boldsymbol{B}\hat{m}^{-1}(\hat{\tau}\boldsymbol{\Phi}_0)\right] + e^2\frac{|\hat{\tau}|}{|\hat{m}|}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_0)(\hat{m}\boldsymbol{B})\right\}, \quad (3)$$

здесь $\nu_0^2 = e^2\dfrac{|\hat{\tau}|}{|\hat{m}|}(\hat{m}\boldsymbol{B})(\hat{\tau}^{-1}\boldsymbol{B})$, $|\hat{\tau}| = \tau_\perp^2\tau_{II}$, $|\hat{m}| = m_\perp^2 m_{II}$ определители диагональных тензоров времени релаксации $\hat{\tau}$ и эффективной массы $\hat{m}$ соответственно, $\boldsymbol{\Phi}_0 = -e\boldsymbol{E} - \dfrac{\varepsilon-\zeta}{k_0T}k_0\nabla T$, ζ - химический потенциал, $\boldsymbol{E}$ - напряженность электрического поля.

Из выражения для продольной эффективной массы, определенной из вида энергетического спектра (1) $\dfrac{1}{m_{II}} = \dfrac{1}{\hbar^2}\dfrac{\partial^2\varepsilon}{\partial k_z^2} = \dfrac{\varepsilon_0 a^2}{\hbar^2}\cos ak_z$ следует, что существует области как положительной (когда k_z меняется в пределах $(0,\pi/2)$), так и отрицательной эффективной массы (k_z меняется в пределах $(\pi/2,\pi)$). На наличие области отрицательной эффективной массы в сверхрешетках, которая занимает ровно половину минизоны Бриллюэна, также указывалось в работе [6].

Как видно из формулы (1), поскольку законы дисперсии носителей, движущихся в плоскости слоя и перпендикулярной ему качественно различны, то характер движения носителей тока вдоль направления оси z и перпендикулярно к ней (в плоскости xy) резко различаются. Магнитное поле перепутывает эти движения и из вида энергетического спектра (1) очевидно, что наиболее интересен случай, когда магнитное поле направлено в плоскости xy [7].

Теперь, перейдем к вычислению компонент гальваномагнитного тензора. Для этого найдем выражение для компонент обобщенного импульса $\boldsymbol{P}$ при следующей геометрии, когда электрическое поле направлено по оси x, а магнитное поле перпендикулярно ему по оси y ($E = E_x$, $H = H_y$) и учтем эти выражения в неравновесной функции распределения (2). Затем, подставляя полученные выражения в формулу плотности тока

$$j_i = -\frac{em_\perp}{4\pi^2\hbar^2}\int\limits_{-\pi/a}^{\pi/a} dk_z \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\infty}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\boldsymbol{P}_i \upsilon_i^2 \, d\varepsilon_\perp , \qquad (4)$$

для компонент гальваномагнитного тензора получим

$$\sigma_{xx} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\tau_\perp \upsilon_\perp^2}{m_\perp(1+\nu_\perp \nu_{II})} \right\rangle , \ \sigma_{xz} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\tau_\perp \upsilon_\perp^2 \nu_{II}}{m_\perp(1+\nu_\perp \nu_{II})} \right\rangle , \qquad (5)$$

$$\sigma_{zz} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\upsilon_{II}^2 \tau_{II}}{m_{II}(1+\nu_\perp \nu_{II})} \right\rangle , \ \sigma_{zx} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\tau_{II}}{m_{II}} \frac{\upsilon_{II}^2 \tau_\perp}{1+\nu_\perp \nu_I} \right\rangle , \qquad (6)$$

где $n_0 = \dfrac{m_\perp(\zeta - \varepsilon_0)}{\pi\hbar^2 a}$, $\nu_\perp = \dfrac{eB\tau_\perp}{m_\perp}$, $\nu_\perp = \dfrac{eB\tau_{II}}{m_{II}}$, а угловые скобки означают $\langle A \rangle = \dfrac{m_\perp}{4\pi^2\hbar^2 n_0}\displaystyle\int\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)A(\varepsilon)d\varepsilon_\perp dk_z$, $\upsilon_{II} = \upsilon_z = \dfrac{1}{\hbar}\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial k_z} = \dfrac{\varepsilon_0 a}{\hbar}\sin ak_z$.

Формулы (5) и (6) получены для квазидвумерного электронного газа при произвольной степени вырождения. Как видно из выражений для компонент гальваномагнитного тензора, для выбранной нами геометрии и энергетического спектра (1), соотношение Онсагера не имеет места.

В случае, когда магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости слоя по оси z ($E = E_x$, $H = H_z$) для компонент гальваномагнитного тензора получим:

$$\sigma_{zz} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\tau_\perp}{m_\perp(1+\nu_\perp^2)} \right\rangle , \ \sigma_{zy} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\nu_\perp \tau_\perp}{m_\perp(1+\nu_\perp^2)} \right\rangle , \qquad (7)$$

где знак усреднения означает: $\langle A \rangle = \dfrac{1}{2\pi^2\hbar^2 n_0}\displaystyle\int\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)A\varepsilon_\perp d\varepsilon_\perp dk_z$.

Для выбранных в данной работе геометрий коэффициент Холла R ($E_z = R\, j_x B$) в первом случае ($H = H_y$) определяется по формуле

$$R = \frac{1}{B}\frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{xz}\sigma_{zx}} , \qquad (8)$$

а во втором случае ($H = H_z$) по формуле

$$R = -\frac{1}{H}\frac{\sigma_{zy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \tag{9}$$

где компоненты тензора электропроводности σ задается выражениями (5-7). Поскольку аналитически вычислить эти компоненты в произвольном магнитном поле при произвольной степени вырождении электронного газа не удается, далее для вырожденного электронного газа отдельно рассматриваются случаи сильного и слабого магнитного поля. При вычислении этих компонент предполагается, что имеет место рассеяние электронов проводимости на полярных оптических и пьезоакустических фононах. Время релаксации при таких видах рассеяния анизотропно и определяется по формулам [8].

$$\frac{1}{\tau_\perp} = A_n g(\varepsilon)\frac{1}{k_\perp^2}, \quad \frac{1}{\tau_{II}} = A_n g(\varepsilon)\frac{1}{k_\perp k_z}, \tag{10}$$

где $n = 0{,}1$, $A_0 = \pi E_\rho^2 k_0 T / 2\chi^2 \hbar \rho \upsilon_0^2$ - для пьезоакустических фононов, $A_1 = 2\pi^2 e^2 k_0 T / \hbar\, \chi$ -для полярных оптических фононов, E_ρ - константа пьезоакустического потенциала деформации, ρ - плотность кристалла, $g(\varepsilon) = m_\perp z / \pi^2 \hbar^2 a$, здесь $z = \pi$ при $\varepsilon > 2\varepsilon_0$, и $z = a\cos(1 - \varepsilon/\varepsilon_0)$ при $\varepsilon < 2\varepsilon_0$ - плотность состояний [8].

В случае сильного магнитного поля ($\nu = \Omega\tau >> 1$) из формул (5) и (6) следует, что коэффициент Холла обратно пропорционально σ_{xz} - компоненте гальваномагнитного тензора, которое для вырожденного электронного газа после интегрирования в формуле (5) по k_z дает:

$$R_{II} = \frac{1}{B\sigma_{xz}} = \frac{1}{en_0}. \tag{11}$$

Эта формула справедлива как для двумерного ($\zeta_F > 2\varepsilon_0$), так и квазидвумерного ($\zeta_F < 2\varepsilon_0$) электронного газа. В сильном магнитном поле как и в трехмерном случае коэффициент Холла, как и следовало ожидать, зависит только от концентрации носителей. Отличие в поведении коэффициента Холла квазидвумерного электронного газа от трехмерного случая заключается в том, что знак коэффициента Холла становится положительным. По-видимому, это связано с изменением знака продольной эффективной массы. Для второй геометрии, когда магнитное поле перпендикулярно плоскости слоя получим известную формулу:

$$R_\perp = -\frac{1}{en_0}. \tag{12}$$

В случае слабого магнитного поля ($\nu = \Omega\tau << 1$), направленного в плоскости слоя, коэффициент Холла R определяется формулой:

$$R_{II} = \frac{\sigma_{xz}}{B\sigma_{xx}\sigma_{zz}}. \tag{13}$$

Подставляя в формулу (8) компоненты гальваномагнитного тензора (5) и (6), вычисленные после разложения по малому параметру $\Omega\tau$ и интегрирования по k_z, в двумерном случае для слабого магнитного поля получим коэффициент Холла, имеющий вид аналогичный коэффициенту Холла в сильном магнитном поле (11). Он также зависит только от концентрации носителей. Однако концентрация, входящая в выражение коэффициента Холла в слабом магнитном поле, является не полной, а эффективной концентрацией носителей $n_{eff} = 2m\varepsilon_0 / \pi\hbar^2 a$. Это связано с тем, что в проводимости эффективно участвуют только электроны, для которых $\varepsilon > \zeta - 2\varepsilon_0$.

Для геометрии задачи, когда слабое магнитное поле направлена перпендикулярно плоскости слоя имеем

$$R_\perp = -\frac{a_\perp}{en_0}, \tag{14}$$

где $a_\perp = \frac{7}{2} - 9\frac{\varepsilon_0}{\mu} + \frac{17}{2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu}\right)^2 + \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_0 T}{\mu}\right)^2\left(1 - 2\frac{\varepsilon_0}{\mu}\right)$.

Из приведенных формул следует, что когда магнитное поле перпендикулярно плоскости слоя коэффициент Холла, также как и в трехмерном случае, отрицателен. В то время, как магнитное поле направлено в плоскости слоя, коэффициент Холла меняет свой знак, следовательно электроны ведут себя как дырки. Это, по-видимому, связано с наличием в электронной мини-зоне области отрицательной эффективной массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mani R.G. et al Nature (2002), 420, 646.
2. Parisini A.L. et al Phys Rev.B (2001), 63, 165321.
3. S.Zhang Phys Rev. B, (1995), 51, 3632.
4. Sarma S.Das., Hwang E.H. Phys.Rev.Lett., 1999, 83 (1) p. 164- 167.
5. Askerov B.M. Electron Transport Phenomena in Semiconductors, World Scientific, (1993).
6. Романов Ю.А. ФТТ, (2003), 45, 529.
7. Шик Я.И. (обзор) ФТП, (1984), 8, 1841.
8. Askerov B.M., Kuliev B.I., Figarova S.R., Gadirova I.R. J. Phys. Condens Matter, (1995), 7, p. 843-848.

KVAZİİKİÖLÇÜLÜ ELEKTRON SİSTEMLƏRİNDƏ YÜKDAŞIYICILARIN OPTİK FONONLARDAN SƏPİLMƏSİ ZAMANI HOLL EFFEKTİ

S.R.FİQAROVA

XÜLASƏ

İşdə кvaziiкiölçülü eleкtron sistemlərində Holl effeкti tədqiq olunmuşdur. Fərz edilir кi, yüкdaşıyıcılar optiк fononlardan səpilir. Kosinusabənzər dispersiya qanunlu кvaziiкiölçülü sistemlər üçün кinetiк tənliyin ixtiyari maqnit sahəsində ümumi həlli tapılmışdır. Cırlaşmış eleкtron qazı halında Holl effeкti üçün güclü və zəif maqnit sahələrində analitiк ifadələr alınmışdır. Holl əmsalının zonanın dolma dərəcəsindən və effeкtiv кütlədən asılılığı araşdırılmışdır.

HALL EFFECT IN QUAZI-TWO DIMENSIONAL ELECTRON SYSTEMS WITH THE OPTICAL PHONONS SCATTERING

S.R.FIGAROVA

SUMMARY

The Hall effect in quazi-two dimensional electron systems is investigated. It is supposed that the current carriers are scattered dy optical phonons. The general solution of the kinetic equation in the case of arbitrary magnetic field for the quazi-two dimensional systems with a cosine-like dispersion law is found. The analytical expressions for a Hall coefficient for a degenerated electron gas in the cases of strong and weak magnetic fields are obtained. The Hall coefficient dependences on a band filling degree and effective mass is analyzed.